

## ПРОГРАМИРАНО ПРИЛОЖЕНИЕ НА МЕТОДА НА РАЗМЕРНОСТИТЕ

Георгиев Р. К., Тянев Д. С.

Методът на размерностите може да се използва ефективно при разглеждането на електродинамични проблеми, особено в началния етап на теоретичното и експерименталното изследване на явленията, когато те не са още обяснени с аналитични методи. Като се изхожда от предположението, че съответствието между една величина и нейната формула на размерност е еднозначно и обратимо, може да се търси зависимостта на величината  $R$  от  $A_1, A_2, \dots, A_m$ , определена с точност до безразмерен множител, от вида:

$$R = A_1^{x_1} \cdot A_2^{x_2} \dots A_m^{x_m}$$

Ако се запишат формулите на размерност на участващите тук величини в дименсионална система, съдържаща  $m$  на брой основни размерности  $D_1, D_2, \dots, D_m$ , то:

$$\begin{aligned} [R] &= D_1^{r_1} \cdot D_2^{r_2} \cdot D_3^{r_3} \dots D_m^{r_m} \\ [A_1] &= D_1^{a_{11}} \cdot D_2^{a_{21}} \cdot D_3^{a_{31}} \dots D_m^{a_{m1}} \\ &\dots \dots \dots \\ [A_i] &= D_1^{a_{1i}} \cdot D_2^{a_{2i}} \cdot D_3^{a_{3i}} \dots D_m^{a_{mi}} \end{aligned}$$

където  $i \leq m$ , първият индекс на степенните показатели ще показва номера на основната размерност, а вторият индекс - номера на съответната величина  $A$ .

В такъв случай уравнението на размерностите ще бъде:

$$\begin{aligned} D_1^{r_1} \cdot D_2^{r_2} \dots D_m^{r_m} = \\ = \left( D_1^{a_{11}} \cdot D_2^{a_{21}} \dots D_m^{a_{m1}} \right)^{x_1} \cdot \left( D_1^{a_{12}} \cdot D_2^{a_{22}} \dots D_m^{a_{m2}} \right)^{x_2} \dots \left( D_1^{a_{1m}} \cdot D_2^{a_{2m}} \dots D_m^{a_{mm}} \right)^{x_m} \end{aligned}$$

След сравняване на еднаквите степенни показатели получаваме системата:

$$\begin{aligned} r_1 &= a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1m} \cdot x_m \\ r_2 &= a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2m} \cdot x_m \\ &\dots \dots \dots \\ r_m &= a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mm} \cdot x_m \end{aligned}$$

или в матричен вид:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \tag{1}$$

Решаването на такава система може да стане чрез ЕИМ, като матриците  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{R}$  се формират от матрицата  $\mathbf{P}$ , която е съставена от степенните показатели на основните размерности, определящи размерността на дадена физическа величина. За това е необходимо да се посочат само номерата на съответните редове от матрицата  $\mathbf{P}$ , които съответствуват на величините  $A_j$ , участващи в предполагаемата зависимост.

Използването на известните подпрограми от пакета SSPA за решаването на получената по-горе система е затруднено поради това, че в редица случаи някои от уравненията не са линейно независими, а матрицата  $\mathbf{A}$  съдържа до няколко нулеви стълба. Ето защо в съставената програма за ЕИМ е предвидено подходящо редуциране на системата до нова система, която е лишена от посочените недостатъци и е еквивалентна на изходната. За тази цел от физически съображения се констатира, че ако даден  $j$ -ти стълб е нулев, то съответното неизвестно  $x_j = 0$ . След определянето на всички такива нулеви решения, системата (1) се свежда до системата

$$\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{R} \quad (2)$$

където матрицата  $\mathbf{A}_p$  е получена от матрицата  $\mathbf{A}$  чрез изхвърляне на нулевите стълбове, а векторът  $\mathbf{Y}$  е образуван от останалите неопределени елементи на вектора  $\mathbf{X}$ .

Получената система (2) е преопределена, т.е. матрицата  $\mathbf{A}_p$  е правоъгълна и за да може да бъде използвана програма GELG, трябва да бъде приведена чрез метода на най-малките квадрати до квадратна чрез умножение с транспонираната матрица  $\mathbf{A}_p^T$ :

$$\mathbf{A}_p^T \cdot \mathbf{A}_p \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{A}_p^T \cdot \mathbf{R} \quad (3)$$

След решаване на системата (3) решенията за вектора  $\mathbf{Y}$  се подреждат на съответните места във вектора  $\mathbf{X}$ .

Като критерий за правилно намерена зависимост се използва обстоятелството, че степенните показатели на всички участващи величини  $A_j$  в електростатичната дименсионална система, където основни размерности са линейната дължина, масата, диелектричната проницаемост и времето, трябва да бъдат пропорционални на 0,5. Така решението се счита за окончателно и се отпечатва ако всички елементи на вектора  $\mathbf{X}$  са кратни на 0,5. В противен случай предполагаемата зависимост се обявява за невъзможна.

Предложената методика е подходяща за решаване на електродинамични задачи с използване на основни насочени размерности в една ортогонална координатна система, за което е достатъчно да се зададат няколко вероятни комбинации от предполагаемите величини, участващи в търсената закономерност, ако сред тези комбинации се съдържа правилната.

Литература:

- [1]. Хантли Г., Анализ размерностей, Издательство "Мир", Москва, 1970.
- [2]. Бриджмен П.В., Анализ размерностей, ОНТИ, 1934.
- [3]. Георгиев Р., Електростатичната дименционална система в ортогонални координати, НС на ВМЕИ-Варна, X.1978.